Donc f n'est pas dérivable à gauche en 0

b) */ (C) admet une demi tangente verticale dirigé vers le haut à gauche au point d'abscisse 0.
*/ (C) admet une demi tangente d'équation $y = x$ à droite au point d'abscisse 0.

3) a) pour $x > 0$: f est dérivable et

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(x\left(2-e^{-x}\right)\right)' \\ &= \left(2-e^{-x}\right)+x\left(e^{-x}\right) \\ &= 2-e^{-x}(1-x) \\ &= 2-g(x) \end{aligned}$$

Donc $\forall x > 0$: $f'(x) = 2-g(x)$

c) pour $x < 0$: f est dérivable et

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left[x\ln(-x)\right]' \\ &= \ln(-x)+x\times\left(\frac{-1}{-x}\right) \\ &= \ln(-x)+1 \end{aligned}$$

Pour $x < 0$: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow$

$\ln(-x)+1 = 0 \Leftrightarrow \ln(-x) = -1$

$\Leftrightarrow -x = e^{-1} \Leftrightarrow x = -e^{-1} = -\frac{1}{e}$

On a aussi :

$$\begin{aligned} f'(x) \geq 0 &\Leftrightarrow \ln(-x) \geq -1 \\ &\Leftrightarrow -x \geq e^{-1} \\ &\Leftrightarrow x \leq -\frac{1}{e} \end{aligned}$$

Pour $x > 0$

$f'(x) = 2-g(x)$

D'après (**I/2**) b) $g(x) \leq 1$ d'où $f'(x) \geq 0, \forall x > 0$

T.V :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{e}$		0		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0	↗	$+\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x\ln(-x), X = -x$$
$$= \lim_{X\to+\infty} -X\ln X = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x\left(2-e^{-x}\right) = +\infty$$

$$f\left(-\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}\ln\left(\frac{1}{e}\right) = -\frac{1}{e}(-1) = \frac{1}{e}$$

4) a)

$$\begin{aligned} \lim_{x\to+\infty} f(x)-2x &= \lim_{x\to+\infty} x\left(2-e^{-x}\right)-2x \\ &= \lim_{x\to+\infty} 2x-xe^{-x}-2x \\ &= \lim_{x\to+\infty} -xe^{-x} \\ &= \lim_{x\to+\infty} -\frac{x}{e^{x}} = \lim_{x\to+\infty} -\frac{1}{\underbrace{\frac{e^{x}}{x}}_{+\infty}} = 0 \end{aligned}$$

Donc dans la droite Δ d'équation $y = 2x$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $+\infty$.

b) $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x\ln(-x)}{x}$

$$= \lim_{x\to-\infty} \ln(-x) = +\infty$$

Donc (C) admet une branche infinie parabolique de direction $(o,\vec{j})$ au voisinage de $-\infty$.

5) a) $f(-1) = (-1)\ln(1) = -1\times 0 = 0$

Donc (C) coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse -1.

Courbe :

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn